

## Задания для 7 класса

### Вариант 1.

1. В ряд стоят 31 человек, каждый из которых либо правдолюб (говорит только правду), либо лжец (всегда лжёт). Каждый из них сказал, что справа от него не больше одного правдолюбца. Сколько всего правдолюбцев там было?  
Ответ: 2  
Решение. Самый правый человек заведомо сказал правду, поэтому он правдолюб. Человек перед ним тоже сказал правду, т.е. он тоже правдолюб. А поэтому все остальные солгали – они лжецы.
2. Если дробь  $A/B$  увеличить на  $B\%$ , то она станет больше на 0.1. Чему равно  $A$ ?  
Ответ: 10  
Решение. После увеличения получаем число  $\frac{A}{B} \left(1 + \frac{B}{100}\right) = \frac{A}{B} + \frac{A}{100}$ , откуда  $\frac{A}{100} = 0,1$ .
3. Коля подбрасывает монетку. Если она падает орлом, то Толик даёт ему еще монету, а если падает решкой, то забирает две. В начале у Коли было 12 монет, но после 30 бросаний не осталось ни одной. Сколько раз монета падала орлом вверх?  
Ответ: 16  
Решение. Пусть она падала орлом вверх  $x$  раз, тогда всего Коля получил  $12 + x$  монет. Т.к. каждая решка уменьшает число монет на 2, то  $12 + x = 2(30 - x)$ . Откуда  $3x = 48$ .
4. Натуральные числа  $A$  и  $B$  не делятся на 6, но их произведение равно 648. Найдите  $A + B$ .  
Ответ: 89  
Решение. Заметим, что  $648 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ , поэтому числа  $A$  и  $B$  делятся только на 2 и 3, но так как они не могут делиться одновременно, то одно из чисел содержит в разложении только двойки, а другое только тройки, т.е. это числа 8 и 81
5. Найдите, какое наибольшее значение может принимать число ИГРА в ребусе  
ПИНГ+ПОНГ=ИГРА.  
Ответ: 9754  
Решение. Если И не больше 8, то ИГРА меньше 9000. Если И=9, то П обязательно 4. При этом Г не может быть 8 (иначе О или тоже 8 или 9). Значит Г максимум 7. Если Г=7, то О=8. В разряде десятков при сложении не произошёл перенос, откуда Н не больше 4, но Н не может быть 3 или 4, поэтому Н максимум 2, а Р максимум 5. Пример:  $4927+4827=9754$
6. Известно, что восьмизначные числа АПЕЛЬСИН и СПАНИЕЛЬ делятся на 11. Какой остаток при делении на 11 даёт число СЕЛЬ?  
Ответ: 0  
Решение. По признаку делимости на 11 суммы А-П+Е-Л+Ь-С+И-Н и С-П+А-Н+И-Е+Л-Ь делятся на 11, а поэтому на 11 делится разность этих сумм  $2(С-Е+Л-Ь)$ , что по признаку означает делимость числа СЕЛЬ на 11, поэтому остаток 0.
7. Незнайка перемножил все натуральные числа, меньшие 15. Сколько делителей у получившегося числа?  
Ответ: 2592  
Решение. Заметим, что в разложении на простые множители числа  $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 13 \cdot 14$  простое число 2 входит 11 раз, поэтому в делитель  $N$  оно может входить от 0 до 11 раз (всего 12 вариантов); число 3 входит 5 раз (6 вариантов); число 5 – 2 раза (3 варианта); число 7 – 2 раза (3 варианта); число 11 – 1 раз (2 варианта); число 13 – 1 раз (2 варианта). Итого  $12 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 2592$  делителя.
8. Жмот и Скряга купили по одинаковой упаковке с пакетиками чая. Известно, что одного пакетика чая им хватает на 2 или 3 чашки. Жмоту упаковки хватило на 41 чаепитие, а Скряге - на 58. Сколько пакетиков было в одной упаковке?  
Ответ: 20  
Решение. Пакетиков не могло быть 21 и больше (иначе хватило бы на 42 чаепития) и не могло быть 19 или меньше (иначе хватило бы максимум на 57).

### Вариант 2.

1. В ряд стоят 31 человек, каждый из которых либо правдолюб (говорит только правду), либо лжец (всегда лжёт). Каждый из них сказал, что справа от него не меньше одного лжеца. Сколько всего лжецов там было?

Ответ: 1

Решение. Самый правый человек заведомо солгал - он лжец. Поэтому все остальные сказали правду – они правдолюбывы.

2. Если из дроби  $A/B$  вычесть 0,3, то она станет меньше на  $B\%$ . Чему равно  $A$ ?

Ответ: 30

Решение. После уменьшения на  $B\%$  получаем число  $\frac{A}{B} \left(1 - \frac{B}{100}\right) = \frac{A}{B} - \frac{A}{100}$ , откуда  $\frac{A}{100} = 0,3$ .

3. Коля играет с игровым автоматом на деньги, кидая в него по 10 рублей. В случае выигрыша Коля получает 30 рублей. В начале у Коли было 200 рублей, но через 40 ходов ничего не осталось. Сколько раз ему удалось выиграть?

Ответ: 5

Решение. Пусть он выиграл  $x$  раз, тогда его суммарный капитал составил  $200 + 30x$ . Т.к. при каждом проигрыше Коля теряет 10 рублей, то получаем  $200 + 30x = 10(40 - x)$ . Откуда  $40x = 200$ .

4. Произведение натуральных чисел  $A$  и  $B$  равно 784, а сумма нечётна и не делится на 7. Найдите разность большего и меньшего из этих чисел.

Ответ: 33

Решение. Заметим, что  $784 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7$ , поэтому числа  $A$  и  $B$  делятся только на 2 и 7, но они не могут делиться одновременно на 2 или 7 (иначе сумма будет чётная или делится на 7). Поэтому одно из чисел содержит в разложении только двойки, а другое только 7, т.е. это числа 16 и 49

5. Найдите, какое наименьшее значение может принимать число ЧАСЫ в ребусе

ТИК+ТАК=ЧАСЫ.

Ответ: 1034

Решение. Цифра Ч может быть только 1, а цифра Т не меньше 5. Если цифра А больше 0, то ЧАСЫ будет больше 1100, а если цифра А равно 0, то при сложении столбиком в разряде десятков И и 0 должны давать цифру С, отличную от И, откуда  $C=I+1$ , а так как И не может быть 0 и 1 (они заняты), то И не меньше 2, поэтому С не меньше 3. Если  $C=3$ , то  $I=2$ , поэтому Ы не может быть 0, 1, 2, 3 (эти цифры заняты), поэтому Ы не меньше 4. Итого ЧАСЫ не меньше 1034. Пример:  $527+507=1034$

6. Известно, что семизначные числа ТОРНАДО и РОТОНДА делятся на 11, при этом какие-то две разные буквы обозначают одну и ту же цифру. Известно, что одна из них – буква О. Найдите номер совпадающей с ней второй буквы в числе ТОРНАДО (нумерация с буквы Т).

Ответ: 4

Решение. По признаку делимости на 11 суммы  $T+O+P+N+A+D+O$  и  $P+O+T+O+N+D+A$  делятся на 11, поэтому на 11 делится и их разность  $2(O-N)$ , откуда  $O=N$ .

7. Незнайка перемножил все простые числа меньше 12. Чему равна сумма делителей получившегося числа?

Ответ: 6912

Решение. Заметим, что после раскрытия скобок в выражении  $(1 + 2) \cdot (1 + 3) \cdot (1 + 5) \cdot (1 + 7) \cdot (1 + 11)$  получится сумма, содержащая все возможные искомые делители.

8. На доске написали пять последовательных натуральных чисел, а потом одно число стёрли. Оказалось, что сумма оставшихся четырех чисел равна 2015. Найдите наименьшее из этих четырех чисел.

Ответ: 502

Решение. Если самое маленькое число равно  $A$ , то сумма всех чисел не меньше  $A + (A + 1) + (A + 2) + (A + 3) = 4A + 6$  и не больше  $A + (A + 2) + (A + 3) + (A + 4) = 4A + 9$ . Поэтому  $4A + 6 \leq 2015 \leq 4A + 9$ , откуда  $502 \leq A \leq 502$ .