5 класс
1 тур

Задача 1

Автобусный билет назовем «дурацким» (билеты имеют шестизначные номера от 000001 по 999999), если первые его три цифры нечетны и различны, а остальные четны и различны, причем цифры 5 и 6 стоят рядом. Каково количество «дурацких билетов»?

Ответ 144.

Решение. На первое место можно поставить одну из четырех нечетных цифр не равных 5, на второе место, одну из трех оставшихся, на третье одну цифру – цифру «5», на четвёртое место одну цифру – цифру «6», на пятое можно поставить одну из четырех четных цифр не равных 6, на шестое место, одну из трех оставшихся. Всего чисел: 4*3*1*1*4*3=144

Задача 2

Винтик и Шпунтик пошли в магазин за болтиками и гаечками, и потратили там поровну денег. Оказалось, что всех гаечек, что у них были, ровно столько, сколько болтиков у Винтика. Винтик купил 10 гаечек. Сколько болтиков купил Шпунтик, если известно, что цена болтика равняется цене гаечки?

Ответ. 20 болтиков.

Решение. Допустим Шпунтик купил Г гаечек, тогда вместе у Винтика и Шпунтика 10+Г гаечек, столько же болтиков у Винтика. А предметов всего у Винтика 10+10+Г=20+Г. Столько же предметов и у Шпунтика, т.к. гаек у него Г то, значит, болтиков — 20.

Задача 3

Кот Леопольд наловил рыбы. Белый мышонок утащил четверть всех рыб и еще 5 штук. Серый мышонок утащил половину оставшихся, но понял, что не донесет и вернул 4 штуки. А черный мышонок утащил две трети оставшихся рыб. В итоге коту Леопольду досталось 6 рыбок. Сколько рыб наловил кот Леопольд?

Ответ 44.

Решение. 6 рыбок составляют треть от всех рыб оставшихся после серого мышонка. Значит, осталось 18 рыбок. До того, как серый мышонок вернул 4 рыбки, было 18-4=14 рыб и это половина всех рыб, оставшихся после белого мышонка. Значит, после белого мышонка осталось 28 рыб. До того, как белый мышонок утащил 5 рыб, было 28+5=33 рыбки и это три четверти всех рыб. Значит, кот Леопольд наловил 33:3*4=44 рыбки.

Задача 4

Найдите частное, если оно в три раза меньше делимого и в восемь раз больше делителя.

Ответ. 24.

Решение. Пусть делитель равен x, тогда частное равно $8x$, а делимое $8 \times 3x = 24x$. Тогда $24x : x = 8x$, откуда частное есть $8x = 24$.

Задача 5

Четыре школьника рисовали картины, используя краски из одного набора. Катя в своей картине использовала больше цветов, чем остальные — 8, а Дима меньше всех — 5. Краска каждого цвета из набора была использована ровно тремя детьми. Сколько цветных красок содержит набор, используемый ребятами? Если ответов несколько, то напишите их сумму.

Ответ: 9.

Решение. Так как каждый цвет использован ровно тремя детьми, всего использований красок $3k$, где k – количество разных цветов красок в наборе. С другой стороны использований красок не больше 27=8+5+7+7 и не меньше 25=8+5+6+6, так как двое оставшихся детей (кроме Димы и Кати) могли использовать не больше 7 цветов и не меньше 6. Из этого диапазона только 27 делится на три, значит, $3k$=27. Следовательно, количество цветов равно 9.

Задача 6

Палиндром – это число, читающееся слева направо и справа налево одинаково (например, 5775 или 83438). Саша написал трехзначный палиндром. Вася прибавил к нему 42 и получил четырехзначный палиндром. Какое число написал Саша?

Ответ: 959

Решение. Обозначим число, записанное Сашей за x. Ясно, что x не превосходит 999, следовательно, $x + 42$ не превосходит 1041. С другой стороны, $x + 42$ не меньше 1000. Единственный палиндром между числами 1000 и 1041 – это число 1001 (потому что его первая цифра обязательно 1, а вторая – обязательно 0, поэтому, третья и четвертая – это 01). Отсюда $x + 42 = 1001$, и $x = 959$.

Задача 7

В парке на четырех соснах растут шишки. На всех соснах, кроме первой 2016 шишек; на всех, кроме второй – 2017 шишек; на всех, кроме третьей – 2018 шишек; и, наконец, на всех, кроме четвертой – 2019 шишек. Сколько шишек на первой сосне?

Ответ. 674.

Решение. Если сложить все четыре значения, получим утроенную сумму шишек на всех деревьях – 8070. 8070 : 3 = 2690 шишек на четырех соснах в сумме. Тогда на первом дереве 2690 – 2016 = 674 шишки, на втором – 673, на третьем – 672, и на четвертом – 671.

Задача 8

Винни-Пух и Пятачок пошли к Кролику в гости. Винни-Пух шел со скоростью 5м/мин, а Пятачок бежал со скоростью 8 м/мин. Пятачок успел добежать до домика Кролика и побежал навстречу Винни-Пуху. Он встретил Винни-Пуха на расстоянии 30 м от домика Кролика. Какое расстояние прошел Винни-Пух до встречи с Пятачком? (Ответ дайте в метрах)

Ответ 100.

Решение. Пятачок пробежал на 30*2=60 метров больше Винни-Пуха. Разность скоростей 8-5=3 м/мин. Тогда Винни-Пух и Пятачок были в пути 60:3=20 минут. Винни-Пух прошел 5*20=100 метров.

2 тур

Задача 1

Когда Петя вошел в класс, он пожал руку каждому из присутствующих. После пришел Вася и сделал тоже самое. После чего пришел Толя и тоже пожал каждому из присутствующих руку. Сколько людей было в классе до прихода Пети, если за это время случилось 30 рукопожатий и никто другой не входил и не выходил?

Ответ 9.

Решение. Петя Вася и Толя пожали друг другу руки 3 раза. Остальные 30-3=27 рукопожатий были сделаны между ними и остальными людьми. При этом каждый из остальных сделал ровно три рукопожатия – с Васей, Толей и Петей. Поэтому, до прихода Пети было 27:3=9 людей.

Задача 2

В ларьке продают большие и маленькие порции мороженого. Большая порция вдвое дороже маленькой. Анюта купила 5 больших и 3 маленьких порций мороженого. Если бы она вместо этого купила 3 больших и 5 маленьких порций, то потратила бы на 30 рублей меньше. Сколько стоит большая порция мороженого? (Ответ дайте в рублях)

Ответ: 30 рублей.

Решение. Допустим, Анюта вместо 5 больших и 3 маленьких порций мороженого, купила 3 больших и 5 маленьких порций. То есть если 2 большие порции заменить на 2 маленькие – стоимость выходит на 30 рублей меньше. Значит, 1 большая порция стоит на 15 рублей больше маленькой. А так как по условию большая – вдвое дороже, следовательно, она стоит 30 рублей, а маленькая – 15.

Задача 3

На ветках сидели снегири. С первой ветки улетели 5 снегирей, после чего на вторую ветку перелетели 10. Потом со второй ветки перелетели на первую столько снегирей, сколько их там осталось, а затем с первой на вторую перелетело столько снегирей, сколько в это время было на второй ветке. В итоге на второй ветке оказалось в 3 раза больше снегирей. Сколько снегирей было на первой ветке, если на обеих их было 85?

Ответ 40.

Решение. После того, как с первой ветки улетели 5 снегирей, на обеих осталось 85-5=80 снегирей. После всех перелетов, на первой ветке снегирей стало в три раза меньше, чем на второй, то есть 80 снегирей составляют 1+3=4 части. Значит, на первой ветке стало 80:4=20 снегирей, на второй 60 снегирей. До того, как с первой ветки на вторую перелетело столько снегирей, сколько в это время было на второй ветке, на второй ветке было 60:2=30 снегирей, на первой было 20+30=50 снегирей. До того, как со второй ветки перелетели на первую столько снегирей, сколько их там осталось, на первой ветке было 50:2=25 снегирей, на второй ветке было 30+25=55 снегирей. Первоначально на второй ветке было 55-10=45 снегирей, а на первой 85-45=40 снегирей.

Задача 4

Найдите делитель, если он в четыре раза больше частного и в два раза меньше делимого.

Ответ 8.

Решение. Пусть частное равно *x*, тогда делитель равен $4x$, а делимое $2 \times 4x = 8x$. Тогда $(8x):(4x) = x$, откуда частное есть $x = 2$, а делитель $4x = 8$.

Задача 5

Настя, Марина, Света, Оксана и Ирина решали вместе задачи для подготовки к олимпиаде. Известно, что Настя решила больше всех задач – 11, а меньше всех решила Света – 8. Каждую задачу решили четыре ученицы. Сколько задач решали девочки? Если ответов несколько, то напишите их сумму.

Ответ: 12.

Решение. Так как каждую задачу решили ровно четыре ученицы, всего решений задач $4k$, где k – количество разных задач в наборе. С другой стороны решений задач не больше 49=11+8+10+10+10 и не меньше 46=11+8+9+9+9, так как трое оставшихся детей (кроме Насти и Светы) могли решить не больше 10 задач и не меньше 9. Из этого диапазона только 48 делится на четыре, значит, $4k$=48. Следовательно, количество задач равно 12.

Задача 6

Палиндром – это число, читающееся слева направо и справа налево одинаково (например, 5775 или 83438). Витя записал два трехзначных числа палиндрома, в которых цифра единиц и цифра десятков различны. Оказалось, что их сумма тоже палиндром. Какой наименьшей может быть сумма, если цифры, используемые в одном палиндроме, не встречаются в других?

Ответ: 393.

Решение. Так как в палиндромах цифры единиц и цифры десятков различны, а также цифры, используемые в одном палиндроме, не встречаются в других, то получаем: $\overline{aba} + \overline{cdc} = \overline{efe}$, где *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* различные цифры. Так как все цифры различны, то ни одна из них не может быть равна 0. Так как сумма должна быть наименьшей, то *e*=3, а *a* и *c* 1 и 2. Тогда *b*, *d* не могут быть равны 0, 1, 2, 3. Следовательно, они равны, 4 и 5. Таким образом, $\overline{efe} = 393$.

Задача 7

У бабушки Нины есть два разных мотка пряжи. Из одного она сможет связать либо свитер и три носка, либо 5 одинаковых шапок. А из другого – либо половину свитера, либо 2 шапки. Сколько носков сможет связать бабушка, если использует всю пряжу из двух мотков?

Ответ. 21

Решение. Запишем первое условие: 5Ш = С + 3Н, и второе условие: 2Ш = 1/2С или 4Ш = С. Вычитая из первого второе, получаем, что из пряжи, которой хватит на одну шапку, можно связать 3 носка.

Так как всего пряжи хватает на 7 шапок, то можно связать 7 × 3 = 21 носок.

Задача 8

Турист проходит некоторое расстояние со скоростью 5 км в час. На велосипеде со скоростью 12 км в час он проедет это же расстояние на 7 часов быстрее. Найдите это расстояние. (Ответ дайте в километрах)

Ответ. 60

Решение. Разница скоростей равна 12-5=7 км/ч. За 7 часов турист проходит 35 км. 35 км велосипедист нагоняет за 35:7=5 часов. Получаем расстояние равно: 5*12=60 км.