

1. В вазе лежит 83 конфеты, среди них 6 ирисок. Сколько нужно добавить ирисок, чтобы ириски составляли восьмую часть от всех конфет?

Решение: Пусть нужно добавить x ирисок. Тогда должно выполняться $(83 + x) / (6 + x) = 8$, тогда $83 + x = 48 + 8x$, $7x = 35$, значит $x = 5$.

Ответ: 5 ирисок

2. На какую цифру оканчивается число $33 \cdot 33 \cdot 33 \cdot \dots \cdot 33$ (всего 99 множителей)?

Решение: рассмотрим какими цифрами оканчиваются произведения $1 \cdot 33 = 33$, $33 \times 33 = \dots 9$, $\dots 9 \times 33 = \dots 7$, $\dots 7 \times 33 = \dots 1$, $\dots 1 \times 33 = \dots 3$, $\dots 3 \times 33 = \dots 9$. Получили цикл длины 4. Тогда 99 множителей образуют $(99 = 4 \cdot 24 + 3)$, 24 полных цикла и еще 3. Число оканчивается на 7.

Ответ: На цифру 7

3. На электронном табло горит число 29. Каждую минуту складываются цифры, из которых состоит число, и к сумме прибавляется число 12, полученное число загорается на табло. Какое число будет на табло через час?

Решение: Рассмотрим цепочку перемены числа каждую минуту (стрелка – замена числа на табло по описанному в условии закону): $29 \rightarrow 23 \rightarrow 17 \rightarrow 20 \rightarrow 14 \rightarrow 17 \dots$ Замечаем цикл длины 3 после 2 замен. Значит через час на табло будет гореть число из цикла под номером $(60 - 2) \bmod 3 = 1$, то есть 17.

Ответ: 17

4. В кастрюле при кипении испарилось 12% воды. После этого долили четверть оставшегося количества воды. Затем поставили кипятиться, и испарилось 10% воды. На сколько процентов изменилось количество воды относительно начального состояния?

Решение: Пусть изначально в кастрюле было x литров воды. После кипения ее стало $0.88x$, долили еще четверть, значит стало $0.88x \cdot 5/4 = 1.1x$. Затем испарилось 10%, значит воды осталось $1.1x \cdot 0.9 = 0.99x$. Это на 1% меньше начального состояния.

Ответ: Уменьшилось на 1%

5. По контракту Гансу причиталось по 48 тугриков за каждый отработанный день, а за каждый прогул с него взыскивалось 12 тугриков. Через 30 дней Ганс узнал, что ему ничего не причитается и он ничего не должен. Сколько дней он работал?

Решение: Пусть Ганс работал x дней, тогда прогуливал $30 - x$ дней, так как Гансу ничего не должны и он ничего не должен, то сумма, которую должен он, равна сумме, которую должны ему, то есть $x \cdot 48 = (30 - x) \cdot 12$, значит $4 \cdot x = 30 - x$, $5x = 30$, $x = 6$.

Ответ: 6 дней

6. В десять часов утра два велосипедиста выехали из пунктов А и В навстречу друг другу с постоянными скоростями. Первый прибыл в В в час дня, второй в А без четверти два (днем). Через сколько минут после начала движения они встретились между пунктами А и В?

Решение: Из условия задачи имеем, первый велосипедист провел в пути 3 часа, второй 3 часа 45 мин.

$(3 \frac{3}{4} = \frac{15}{4})$. Обозначим расстояние между А и В за S . Тогда скорость первого $\frac{S}{3}$, а скорость второго $S: \frac{15}{4} =$

$\frac{4S}{15}$. Их скорость сближения $(\frac{S}{3} + \frac{4S}{15}) = \frac{9S}{15}$. Время до встречи равно путь/скорость сближения, т. е.

$S: \frac{9S}{15} = \frac{15}{9}$ ч. Что составляет 100 мин.

Ответ: 100 мин.

7. В четырехзначном числе каждую цифру уменьшили или на 1 или на 3. В результате число уменьшилось в 4 раза, но осталось четырехзначным. Каким могло быть исходное число? В ответ запишите это число или сумму чисел, если их могло быть несколько. Решение: Рассмотрим число, на которое уменьшили данное. Оно четырехзначное, больше полученного в 3 раза, то есть при делении на 3 должно оставаться 4-значным, и оно кратно 3. Оно состоит лишь из 1 и 3. По признаку делимости на 3 в таком числе либо три единицы, либо их нет. Значит возможных вычитаемых всего 5: 3333, 3111, 1311,

1131, 1113. Последние три при делении на 3 не дают 4-значное число, значит нам подходят лишь первые 2, тогда изначальные числа были равны 4444 и 4148 соответственно. Тогда их сумма 8592.

Ответ: 8592

8. Город В, расположен между городами А и С. Из города В в город С выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. Через два часа после этого из города А в город С выехал мотоциклист со скоростью 36 км/ч. Мотоциклист догнал велосипедиста при въезде в город С, через 4 часа после начала своего движения. Сколько километров между городами А и В? Решение: так как мотоциклист начал ехать позже велосипедиста на 2 часа и догнал его через 4 часа в городе С, то велосипедист ехал 6 часов. Значит расстояние $AB = AC - BC = (36 * 4) - (12 * 6) = 72$.

Ответ: 72 километра

Второй тур

1. В коробке лежит 61 разноцветный шар. Среди них 16 зеленых. Сколько зеленых шаров нужно убрать, чтобы они составляли одну шестую часть от общего числа шаров? Решение: Пусть нужно убрать x зеленых шаров. Тогда должно выполняться $(61 - x) / (16 - x) = 6$, тогда $61 - x = 96 - 6x$, $5x = 35$, $x = 7$. Ответ: 7 шаров
2. На какую цифру оканчивается число $77 \cdot 77 \cdot 77 \cdot \dots \cdot 77$ (всего 33 множителя)? Решение: рассмотрим какими цифрами оканчиваются произведения $1 \cdot 77 = 77$, $77 \times 77 = \dots 9$, $\dots 9 \times 77 = \dots 3$, $\dots 3 \times 77 = \dots 1$, $\dots 1 \times 77 = \dots 7$. Получили цикл длиной 4. Тогда 33 множителя образуют $(33 = 4 \cdot 8 + 1)$, 8 полных циклов и еще 1. Число оканчивается на 7.

Ответ: На цифру 7

3. На доске записано число 31. Каждые десять секунд Мария складывает цифры, которыми записано это число, и к полученной сумме прибавляет число 12. Полученное число записывает вместо исходного числа. Какое число Мария запишет через пять минут? Решение: Рассмотрим цепочку перемены числа каждые 10 секунд (стрелка – замена числа на доске по описанному в условии закону): $31 \rightarrow 16 \rightarrow 19 \rightarrow 22 \rightarrow 16 \dots$ Замечаем цикл длины 3 после 1 замены. Значит, через 30 итераций (5 минут) на доске будет последнее число из цикла, т.е. 22.

Ответ: 22

4. Куртка подорожала на 12%, затем подешевела на 15%, затем опять подорожала на 25%. На сколько процентов подорожала куртка относительно начальной цены? Решение: Пусть изначально куртка стоила x . После первого подорожания ее стоимость $1,12x$, после удешевления $0,85 * 1,12x = 0,952x$, после второго подорожания $1,25 * 0,952x = 1,19x$. Значит, куртка подорожала на 19%.

Ответ: на 19%

5. Весы пришли в равновесие, когда на одну чашку весов поставили гири по 2 кг, а на другую – по 5 кг, всего 14 гирь. Сколько двухкилограммовых гирь поставили на весы? Решение: Пусть двухкилограммовых гирь x , тогда 5-килограммовых $14 - x$. Так как чаши в равновесии, то выполняется $2x = 5 * (14 - x)$, значит $7x = 70$, $x = 10$.

Ответ: 10

6. Первый автомобиль выехал из пункта А в 6 часов утра и приехал в пункт В в 12 часов дня. Второй автомобиль выехал на час позже из А, но приехал в В на полтора часа раньше. Во сколько часов второй автомобиль догнал первый? Ответ запишите десятичной дробью. Решение: по условию задачи первый автомобиль был в пути 6ч, а второй 6-2,5=3,5ч. Пусть весь путь равен S , тогда скорость первого $\frac{S}{6}$, а скорость второго $\frac{S}{3,5} = \frac{2S}{7}$. За час первый проехал $\frac{S}{6}$ км. Скорость сближения двух автомобилей равна $\frac{2S}{7} - \frac{S}{6} = \frac{5S}{42}$. Тогда второй автомобиль догонит первый через $\frac{S}{\frac{5S}{42}} = 1,4$ ч после начала своего движения, т.е. в 7+1,4=8,4ч.

Ответ: 8,4ч

7. В четырехзначном числе каждую цифру увеличили на 1 или на 5, в результате чего оно увеличилось в четыре раза. Каким было исходное число? Если чисел могло быть несколько, в ответ запишите их сумму. Решение: Рассмотрим число, на которое мы увеличили изначальное. Оно кратно трем (так как исходное увеличилось в четыре раза), оно состоит из 1 и 5, оно 4-значное. По признаку делимости на 3 в нем одинаковое число 5 и 1, значит их по две. Тогда получаем все возможные числа: 1155, 1515, 1551, 5115, 5151, 5511. Так как исходное число четырехзначное, но $1155 / 3$, $1515 / 3$, $1551 / 3$ не четырехзначное, то

подходят лишь варианты 5115/3, 5151/3, 5511/3, то есть исходные числа 1705, 1717 и 1837, но мы не можем увеличить цифру 8 на 5 в третьем числе и 5 на 5 в первом числе, значит остается лишь число 1717.

Ответ:1717.

8. Город В расположен между городами А и С. Из города В в город С вышел пешеход со скоростью 6км/ч., через три часа из города А в город С выехал велосипедист со скоростью 18 км/ч. Какое расстояние будет между велосипедистом и пешеходом через 4 часа. Если между городами А и В 33 км? Решение: В момент выезда велосипедиста расстояние между ним и пешеходом равно $33 + 6 * 3 = 51$. Их скорость сближения равна $18 - 6 = 12$ км/ч. Значит, через 4 часа между ними будет $51 - 4 * 12 = 3$ км.

Ответ: 3 километра