

6 класс

1 день

1. *Цену товара увеличили на 250%. Во сколько раз увеличилась цена?*

Ответ: 3,5 раза

Решение: Цена была 100% и увеличилась на 250%, т.е. стала $100\%+250\%=350\%$. Значит, она стала больше в $350\%:100\%=3,5$ раза.

2. *Мариша раскладывает карандаши в ряд: жёлтый, синий, красный, зелёный и чёрный. Красный карандаш находится не на краю этого ряда. Сколькими способами она может это сделать?*

Ответ: 72

Решение: Красный карандаш можно положить на второе, третье или четвёртое место. Если он лежит на втором месте, то на 1 место можно положить любой из 4 карандашей (жёлтый, синий, зелёный или чёрный), на 3 место любой из 3 оставшихся, на 4 любой из 2 оставшихся и на 5 место можно положить последний карандаш. Т.к. нам нужно выбрать и первый, и второй, и третий, и четвёртый, и пятый карандаши, то всего вариантов $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$. Аналогично 24 варианта, если красный карандаш на третьем или четвёртом местах. Значит, Мариша может положить карандаши в ряд $24+24+24=72$ способами.

3. *Мариша с Левой бегут по коридору от начала до конца. У Мариши шаг 45 см, у ее брата на 20 см меньше. Мариша сделала на 8 шагов меньше. Какова длина коридора? Ответ дайте в сантиметрах.*

Ответ: 450 см

Решение: длина шага Льва $45-20=25$ см. Пусть Мариша сделала x шагов, тогда Лев сделал $(x+8)$ шагов. Длина коридора $45x$ см или $25(x+8)$ см. Получаем уравнение: $45x=25(x+8)$. Откуда $x=10$. Значит, длина коридора 450 см.

4. *Деревянный кубик со стороной 10 см, распилили на кубики каждая сторона которого, в 2 раза меньше стороны исходного кубика. Из всех полученных кубиков построили башню. Какой высоты получилась башня?*

Ответ: 40 см

Решение: Сторона нового кубика равна 5 см. Всего таких кубиков 8. Значит, высота башни $5 \times 8 = 40$ см

5. *Катенька взяла прямоугольный лист бумаги площадью 98 кв.см, сложила его пополам три раза, отрезала от сложенного листка четыре равных уголка площадью по 2 кв.см, после чего развернула свой листок и увидела многоугольник. Чему равна площадь полученного многоугольника? Ответ дайте в кв.см.*

Ответ: 34

Решение: Заметим, что количество слоёв равно 2^n , где n – это количество раз складывания. Катенька после складывания получила $2^3=8$ слоёв. Значит, когда отрезается уголок площадью 2 кв.см площадь

изначального листа уменьшается на $2 \cdot 8 = 16$ кв. см. Раз у нас отрезали 4 уголка, получаем площадь многоугольника: $98 - 16 \cdot 4 = 34$.

6. Десять человек захотели основать клуб. Для этого им необходимо собрать определённую сумму вступительных взносов, при этом все должны внести поровну. Если бы организаторов было на пять человек больше, то каждый из них должен был бы внести на 100 рублей меньше. Сколько рублей внёс каждый?

Ответ: 300

Решение: Пусть каждый внес x рублей, тогда для основания клуба потребуется $10x$ рублей. Когда человек стало 15 сумма взноса изменилась и стала $x - 100$, значит, сумма необходимая для основания клуба – $15(x - 100)$, что равно $10x$. Найдём x из уравнения. $15x - 1500 = 10x$

$$5x = 1500$$

$$x = 300.$$

7. Карлсон больше всего на свете любит малиновое варенье, но приготовить его достаточно сложно. Для приготовления варенья количество всех продуктов отмеряют стаканами. Ягоды составляют $\frac{3}{7}$ всего количества стаканов, сахар – $\frac{1}{2}$ количества, а вода составляет всего $\frac{1}{14}$. Помогите Карлсону рассчитать количество стаканов сахара и воды, если для варенья у него есть 30 стаканов малины. В ответ запишите количество стаканов сахара, а затем воды без пробелов и знаков препинания. Например, если у вас получилось 6 стаканов сахара и 3 стакана воды, то в ответ нужно дать 63.

Ответ: 355 (Сахар – 35 ст, вода – 5 ст.)

Решение: всего стаканов – $30 : \frac{3}{7} = 70$. Сахара – $70 : 2 = 35$, воды – $70 : 14 = 5$.

8. Найдите наименьшее натуральное число, которое записывается только цифрами 1 и 0 и делится на 48.

Ответ: 1110000

Решение: Число делится на 48, если делится на 16 и на 3. Очевидно, что однозначных, двузначных и трехзначных чисел, состоящих из 0 и 1 и делящихся на 16 нет. Это можно проверить как перебором, так и используя признак делимости на числа вида 2^k (2, 4, 8 и т.д.). Число делится на 16, если число, образованное его последними 4 цифрами делится на 16. Десятичная запись числа по условию содержит только 0 и 1. 1 – нечетная цифра и на конце может стоять только 0. Аналогично и в последних 4 разрядах тоже 0. Остальных разрядов не меньше трех, так как единицами набрать 3 (по признаку делимости на 3 это наименьшая сумма). Итого, наименьшее натуральное число, которое записывается только цифрами 1 и 0 и делится на 48 есть 1110000.

2 день

1. *Цену товара увеличили на 100%, на следующий день еще на 150%. Во сколько раз увеличилась цена товара?*

Ответ: 5 раз

Решение: После второго раза цена товара относительно предыдущей увеличилась в $(100\%+150\%):100\%=2,5$ раза. После первого увеличения цена товара стала $100\%+100\%=200\%$. Значит, после второго увеличения она стала $200\%\times 2,5=500\%$ или увеличилась от первоначальной в $500\%:100\%=5$ раз.

2. *Мариша раскладывает карандаши в ряд: жёлтый, синий, красный, зелёный и чёрный. Красный карандаш находится не на краю этого ряда. Синий карандаш находится левее красного (не обязательно рядом). Скольким способами она может это сделать?*

Ответ: 36

Решение: Красный карандаш можно положить на второе, третье или четвертое место.

Если он лежит на втором месте, то синий карандаш можно положить только на первое место. Жёлтый, зелёный и чёрный карандаши распределяются на третье, четвертое и пятое места $3\times 2\times 1=6$ способами. Если красный карандаш лежит на третьем месте, то синий либо на 1, либо на 2 месте. Оставшиеся 3 карандаша распределяются на свободные места $3\times 2\times 1=6$ способами. Т.о. в этом случае будет $6+6=12$ способов. Если красный карандаш на 4 месте, то синий можно положить на первое, второе или третье место, и три оставшихся распределяются на свободные места 6 способами. В этом случае будет $6+6+6=18$ способов. Значит, Мариша может положить карандаши в ряд $6+12+18=36$ способами.

3. *Лев стащил у сестры телефон и довольный побежал к себе в комнату по коридору рассмотреть добычу. По дороге он испачкался в краске и теперь оставляет за собой следы. Мариша побежала догонять брата. Длина шага Льва 18 см, Мариши 42 см. Первый раз Мариша вляпалась в краску от следа в самом начале коридора, последний раз в самом конце. Какова длина коридора, если всего Мариша вляпалась 3 раза?*

Ответ: 252 см

Решение: Мариша вляпывается в след Левы через НОК длин их шагов. $\text{НОК}(18, 42)=2\times 3\times 3\times 7=126$ см. Тк всего Мариша вляпалась, 3 раза причём первый раз в самом начале, последний в самом конце коридора, то его длина $126\times 2=252$ см.

4. *На окраску деревянного кубика потребовалось 8 г краски. Когда она высохла кубик распилили на кубики, каждая сторона которых в 2 раза меньше стороны исходного кубика. Сколько краски потребуется для того, чтобы закрасить образовавшиеся при этом не окрашенные поверхности?*

Ответ: 8 г

Решение: Всего маленьких кубиков получилось 8 штук. Причём у каждого 3 грани окрашенные, а 3 нет. Т.е. ровно половина поверхности всех кубиков окрашена, на что ушло 8 граммов краски. Значит, на оставшуюся половину потребуется также 8г краски.

5. *Катенька взяла прямоугольный лист бумаги площадью 40 кв.см, сложила его пополам четыре раза, отрезала от сложенного листка два равных уголка площадью по 0,5 кв.см, после чего развернула*

свой листок и увидела многоугольник. Чему равна площадь полученного многоугольника? Ответ дайте в кв.см.

Ответ: 24

Решение: Заметим, что количество слоёв равно 2^n , где n – это количество раз складывания. Катенька после складывания получила $2^4=16$ слоёв. Значит, когда отрезается уголок площадью 0,5 кв. см площадь изначального листа уменьшается на $0,5 \cdot 16=8$ кв. см. Раз у нас отрезали 2 уголка, получаем площадь многоугольника: $40-2 \cdot 8=24$.

6. Восемь человек захотели основать клуб. Для этого им необходимо собрать определённую сумму вступительных взносов, при этом все должны внести поровну. Если бы организаторов было на пять человек меньше, то каждый из них должен был бы внести на 150 рублей больше. Сколько рублей внёс каждый?

Ответ: 90

Решение: Пусть каждый внес x рублей, тогда для основания клуба потребуется $8x$ рублей. Когда человек стало 3 сумма взноса изменилась и стала $x+150$, значит, сумма необходимая для основания клуба – $3(x+150)$, что равно $8x$.
Найдём x из уравнения. $3x+450=8x$
 $5x=450$
 $x=90$.

7. Преподаватель за одно занятие с радостью зачел 60 задач. $1/5$ часть всех задач он зачел с первого раза, $7/12$ задач – со второй попытки. Сколько решений одних и тех же задач преподавателю пришлось принимать три раза, если четвертой попыткой для сдачи никому не пришлось воспользоваться?

Ответ: 13 задач

Решение: С 1 раза – $60:5 \cdot 1=12$ задач. Со 2 раза – $60:12 \cdot 7=35$. С 3 раза – $60-12-35=13$ задач.

8. Найдите наименьшее число, делящееся на 1000 сумма цифр которого равна 31.

Ответ: 4999000

Решение: Число делится на 1000, если последние его три цифры нули. То есть три последних разряда в нашем числе «заняты» нулями. Оставшихся разрядов не меньше четырех, ведь три разряда не могут дать сумму цифр большую $9+9+9=27$. Значит всего разрядов ровно $3+4=7$. Старший разряд должен быть минимальным, а он минимум 4, ведь если он не больше трех, то сумма цифр не более $3+9 \cdot 3=30$. Оставшиеся разряды естественно заполнят девятки. Итак, наименьшее число, делящееся на 1000 сумма цифр которого равна 31 равно 4999000.