

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по математике
2016-2017 учебный год**

9 класс

Максимальный балл – 35

1. Отец и сын бегают по беговой дорожке стадиона в разные стороны. Отец пробегает круг за 3 минуты, а сын – за 5 минут. Какое время проходит между их встречами?

2. Пусть числа a, b, c, d такие, что $0 \leq a \leq b \leq c \leq d$. Упростите выражение:

$$\sqrt{a+b+c+d+2\sqrt{ab+ad+bc+cd}} + \sqrt{a+b+c+d-2\sqrt{ab+ad+bc+cd}}.$$

3. В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка K . Известно, что $AK : KC = 1 : 3$ и, что точка K равноудалена от середин сторон AB и BC . Найдите величину угла CAB .

4. На собрании класса присутствовало нечетное число учеников. Они провели голосование по нечетному числу вопросов. Каждый из учеников голосовал «за» или «против» по каждому предложенному вопросу. По каждому вопросу принято то решение, за которое проголосовало большинство. Верно ли, что большинство участников голосования наверняка останутся довольны большинством принятых решений?

5. Решите в натуральных числах уравнение

$$(x+1)(y+1)(z+1) = 2xyz,$$

считая, что $x \geq y \geq z$.

Максимальная оценка за каждую задачу 7 баллов